

67. Calcula los límites siguientes

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x}{1+x}$$

68. Halla los límites

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x+h) - 2x}{h} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{3}}{x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2+x} - \frac{1}{2}}{x}$$

69. Calcula:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-3}{x-2} \quad \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x^2}{x^2-16} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(1 + \frac{1}{x}\right)$$

70. Determina los límites:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+3}{x^3+2} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-x^3}{x^3-40}$$

71. Calcula los límites:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{|x-2|} \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin(x))}{(\pi-2x)^2} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{|x-1|}$$

72. Halla, si existe: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x+4}}{x}$

73. Estudia la continuidad de la siguiente función en $x = -1$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5-x}{3} & x < -1 \\ \frac{2}{x} & x \geq -1 \end{cases}$$

74. Estudia la continuidad de la función: $h(x) = \frac{x-|x|}{x}$

75. La siguiente función $f(x)$ ¿es continua en \mathbb{R} ?

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^3 & x \leq 0 \\ x^2 e^{-x} & x > 0 \end{cases}$$

76. Determina si la siguiente función es continua

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1+e^{\frac{1}{x}}}{1-e^{\frac{1}{x}}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

77. Estudia la continuidad de las siguientes funciones reales de variable real

$$f(x) = \begin{cases} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

78. Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ siendo: $\forall x \in \mathbb{R}, 4 - x^2 \leq f(x) \leq 4 + x^2$

79. Discute la continuidad en $[-1, 3]$ de

$$f(x) = \begin{cases} 5 - x & -1 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 1 & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

80. Halla a para que la función siguiente sea continua en \mathbb{R}

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & x \leq 2 \\ ax^2 & 2 < x \end{cases}$$

81. Halla las discontinuidades (si las hay) de cada una de las funciones siguientes. ¿Cuáles son evitables?

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 2x + 1 & f(x) &= \frac{x+2}{x^2 - 3x - 10} \\ f(x) &= \begin{cases} \frac{x}{2} + 1 & x \leq 2 \\ 3 - x & x > 2 \end{cases} & f(x) &= \begin{cases} |x-2| + 3 & x < 0 \\ x + 5 & x \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

82. En los siguientes casos comprueba que es aplicable el *teorema del valor intermedio* en el intervalo que se indica y halla el valor de c garantizado por él

$$f(x) = x^2 + x - 1, [0, 5], f(c) = 11$$

$$f(x) = x^3 - x^2 + x - 2, [0, 3], f(c) = 4$$

83. Calcula: a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^{\operatorname{sen} x}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1) \operatorname{sen} x}{x^3 - x^2}$

84. ¿Qué valor debe tener $a \in \mathbb{R}$ para que la siguiente función sea continua?

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x-1} & \text{si } x \leq -2 \\ ax - 2 & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

85. Se considera la función $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \frac{x^2 - x}{\operatorname{sen}(\pi x)}$. Define $f(0)$ y $f(1)$ para que la función sea continua en el intervalo $[0, 1]$.